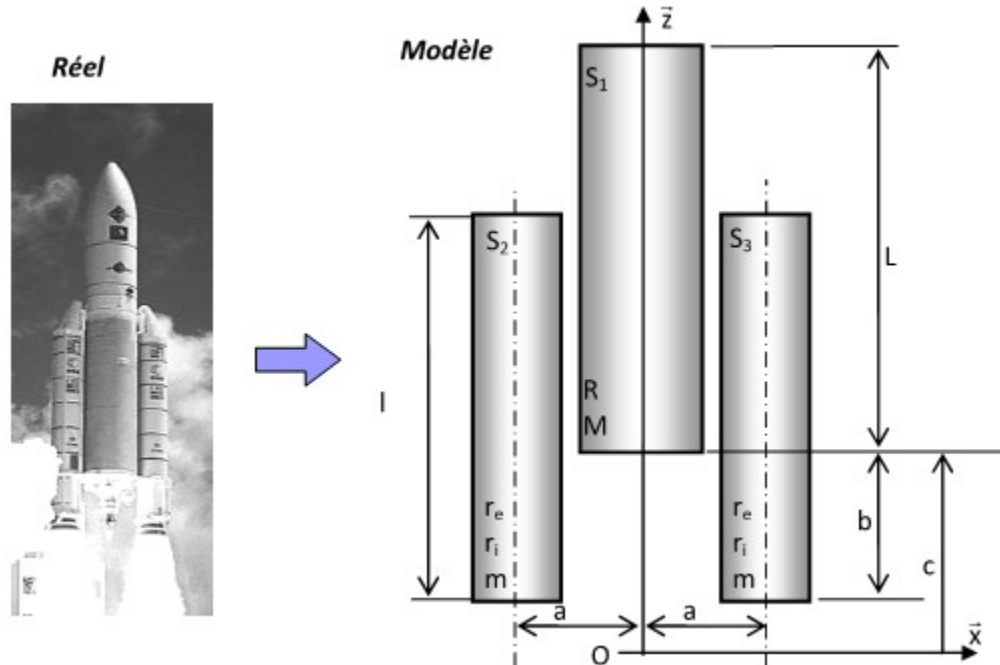


## PROPRIETES INERTIELLES D'UN LANCEUR SPATIAL

On s'intéresse aux propriétés inertielles du lanceur spatial Ariane 5. Le lanceur est constitué d'un étage principal dans lequel sont installés les satellites et de deux étages d'accélération à poudre qui assurent 90% de la propulsion durant les deux premières minutes du vol.

Pour élaborer les lois de pilotage automatique assurant le suivi de la trajectoire désirée, les concepteurs doivent déterminer les propriétés inertielles du lanceur. Dans ce problème, cette phase est conduite de façon simplifiée à un instant donné du vol et pour l'ensemble du lanceur (étage principal et ses deux étages d'accélération à poudre). La modélisation proposée est la suivante :

- L'étage principal (solide  $S_1$ ) est assimilé à un cylindre homogène de masse  $M$ , de longueur  $L$  et de rayon  $R$ .
- Chacun des deux étages d'accélération à poudre (solide  $S_2$  et solide  $S_3$ ) est assimilé à un cylindre creux et homogène de masse  $m$ , de longueur  $l$ , de rayon intérieur  $r_i$ , et de rayon extérieur  $r_e$ .



1. Déterminer la position dans le repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  des centres d'inertie  $G_1, G_2$  et  $G_3$  des solides  $S_1, S_2$  et  $S_3$ .
2. Donner la forme des matrices d'inertie des solides 1, 2 et 3 exprimées dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et à leurs centres de gravité respectifs.
3. Déterminer la masse totale du lanceur  $M_t$ , et la position dans le repère  $R$  du centre d'inertie  $G_t(x_{G_t}, y_{G_t}, z_{G_t})$  de l'ensemble du lanceur constitué des solides 1, 2 et 3.
4. Déterminer la matrice d'inertie de l'ensemble du lanceur exprimée dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et au point  $G_t$ .
5. Compte tenu de la combustion, les propriétés inertielles évoluent dans le temps. Quelle modélisation pourrait être utilisée pour rendre compte de ce phénomène ?