ETUDE DU BANC D'ESSAI DU VEHICULE TIM

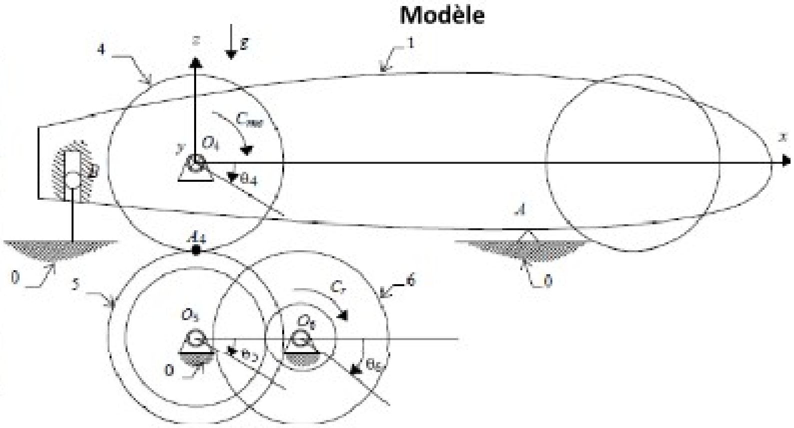
L'éco-marathon SHELL est une compétition relative à la consommation énergétique des moyens de propulsion automobile. Les concurrents doivent concevoir et piloter leur véhicule sur une distance fixée avec une vitesse minimale imposée.

Les candidats sont ensuite classés en fonction de la consommation de leur véhicule, exprimée en "kilomètre par litre" de carburant. L'étude de ce sujet, issus d'un projet élaboré par l'équipe TIM de l'INSA Toulouse, a pour objectif de valider les solutions technologiques mises en oeuvre sur le banc d'essai du véhicule. Ce banc d'essai est destiné à reproduire en laboratoire (avec un véhicule immobile) les conditions de course dans le but d'évaluer les différents développements apportés au véhicule (moteur, pneumatiques, stratégie de course...).

La figure ci-dessous présente l'architecture mécanique du banc qui est fixé sur le sol ainsi que le modèle retenu pour cette étude.

Réel

Modèle



Le véhicule est lié au banc comme suit :

- Le châssis 1 est en contact ponctuel avec le banc 0 en A, et en liaison linéaire annulaire en B (qui assure l'arrêt du véhicule en translation) ;
- La roue motrice 4 du véhicule est en contact avec le rouleau 5 du banc. Le rouleau 5 entraîne par un engrenage extérieur une roue d'inertie 6 que l'on pourra freiner ou accélérer par l'intermédiaire d'un moteur électrique asservi, piloté en couple.

Données :

→ Le rouleau d'entraînement 5, de rayon R, d'inertie I_5 par rapport à l'axe de rotation $(O_5, \overrightarrow{y})$ est en liaison pivot sans frottement, d'axe $(O_5, \overrightarrow{y})$, de paramètre θ_5, avec le bâti 0. Le rouleau 5 est en contact avec la roue 4 du véhicule.

→ La roue d'inertie 6, d'inertie I_6 par rapport à l'axe de rotation $(O_6, \overrightarrow{y})$ est en liaison pivot sans frottement, d'axe $(O_6, \overrightarrow{y})$, de paramètre θ_6, avec le bâti 0 et soumise à un couple de pilotage $C_r.\overrightarrow{y}$ par l'intermédiaire d'un moteur dont le corps est solidaire du bâti 0.

→ La roue 4, de rayon R, d'inertie I, est en liaison pivot sans frottement, d'axe $(O_4, \overrightarrow{y})$, de paramètre θ_4.
L'action du châssis 1 sur la roue 4 peut être modélisée par le torseur :

$$\{F_{1\to 4}\} = \left\{ \begin{array}{c} -T_{14}.\overrightarrow{x} + N_{14}.\overrightarrow{z} \\ C_{me}.\overrightarrow{y} \end{array} \right\}_{O_4}$$

→ Le contact entre la roue 4 et le rouleur 5 est en contact avec frottement mettant en valeur la résistance au roulement. On modélise ce contact par le torseur suivant :

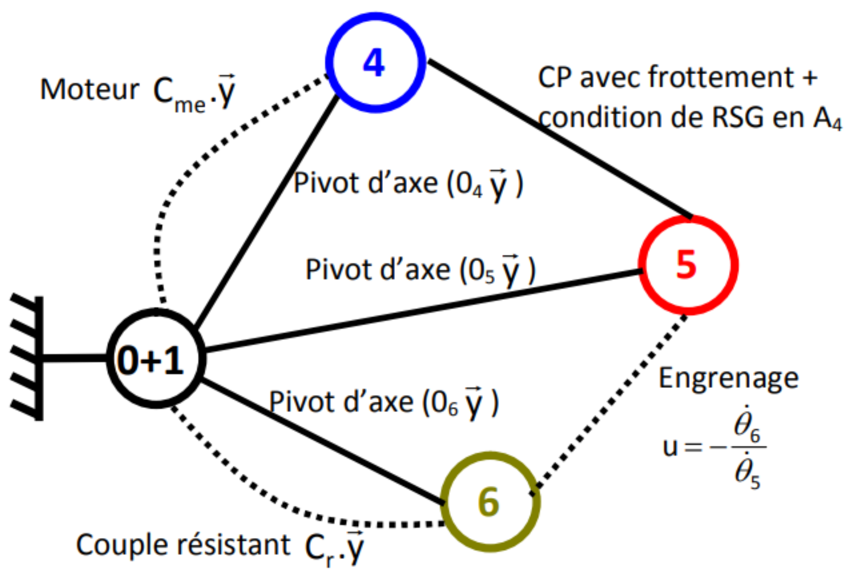
$$\{F_{5\to4}\} = \left\{ \begin{array}{c} -T_{54}.\overrightarrow{x} + N_{54}.\overrightarrow{z} \\ -N_{54}.r.\overrightarrow{y} \end{array} \right\}_{A_4}$$

→ On considère qu'il y a un roulement sans glissement entre 4 et 5.

→ La liaison entre le rouleau 5 et la roue d'inertie 6 se fait par un engrenage extérieur. Cette liaison est modélisée comme un contact ponctuel avec frottement où il existe un roulement sans glissement. Soit u, le rapport de réduction avec $u = -\frac{\dot{\theta}_6}{\dot{\theta}_5}$.

On désire que le moteur du véhicule fonctionne dans les mêmes conditions que sur piste. On cherche donc à déterminer le rapport de réduction et le couple C, à appliquer pour que le couple moteur en essai C_{me} soit identique au couple moteur en course C_m. A cet effet, on isole l'ensemble S, composé des 3 solides 4, 5 et 6 tel que $E = \{4, 5, 6\}$.

Le graphe de structure de l'ensemble donne :



On isole l'ensemble $E = 4 + 5 + 6$, on effectue le BAME et on applique le TEC sur E :

$$\frac{dE_C(E/0)}{dt} = P_{ext\to E/0} + P_{int}$$

Q1. Ecrire l'énergie cinétique de cet ensemble matériel $E_c(E/0)$ par rapport au référentiel galiléen 0 en fonction de I, I_5, I_6, u et $\dot{\theta}_4$. Identifier dans l'expression de cette énergie cinétique le terme correspondant à l'inertie équivalente du système ramenée sur l'arbre moteur.

On décompose en solides élémentaires :

$$\begin{aligned} E_C(E/0) &= E_C(4/0) + E_C(5/0) + E_C(6/0) \\ &= \frac{1}{2}.I.\dot{\theta}_4^2 + \frac{1}{2}.I_5.\dot{\theta}_5^2 + \frac{1}{2}.I_6.\dot{\theta}_6^2 \\ &= \frac{1}{2}.(I.\dot{\theta}_4^2 + I_5.\dot{\theta}_5^2 + I_6.\dot{\theta}_6^2) \end{aligned}$$

De plus, on a $\dot{\theta}_6 = -u.\dot{\theta}_5$ (réducteur) et $R.\dot{\theta}_5 = -R.\dot{\theta}_4$ (condition de RSG en A_4). On en déduit :

$$E_C(E/0) = \frac{1}{2}.(I + I_5 + I_6.u^2).\dot{\theta}_4^2$$

Le terme $I + I_5 + I_6.u^2$ correspond à l'inertie équivalente du système ramenée sur l'arbre moteur.

Q2. Ecrire la puissance développée par toutes les forces extérieures P_{ext} au système matériel E par rapport au référentiel galiléen 0.

Puissances développées par les AME :

→ Puissance liée au couple moteur :

$$P_{moteur\to 4/0} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_{me}.\overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{O_4} . \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_4.\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{O_4} = C_{me}.\dot{\theta}_4$$

→ Puissance liée au couple résistant :

$$P_{couple\ resistant\to 6/0} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_r.\overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{O_4} . \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_4.\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{O_4} = C_r.\dot{\theta}_6$$

→ Les liaisons entre 4/0, 5/0 et 6/0 sont parfaites, la puissance développée par chacune de ces 3 liaisons est nulle pour tout mouvement compatible avec la liaison.

Q3. Justifier que la puissance développée par les inter-efforts entre la pièce 5 et la pièce 6, notée P_{56} est nulle. Déterminer l'expression de la puissance des efforts intérieurs P_{int} au système matériel E en fonction de N_{54}, r et $\dot{\theta_4}$.

Puissances développées par les AMI :

→ Puissance intérieure issue de la liaison 5 → 4 :

$$\begin{array}{rcl} P_{5\to 4} & = & \{\mathbb{F}_{5\to 4}\}.\{\mathbb{V}_{4/5}\} \\ & = & \left\{ \begin{array}{c} -T_{54}.\overrightarrow{x_0} + N_{54}.\overrightarrow{z_0} \\ -N_{54}.r.\overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{A_4} . \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}_{4/5}.\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{A_4} \\ & = & -N_{54}.r.\dot{\theta}_{4/5} \\ & = & -N_{54}.r.(\dot{\theta}_{4/0} - \dot{\theta}_{5/0}) \\ & = & -2.N_{54}.r.\dot{\theta}_{4/0} \end{array}$$

Car $\dot{\theta}_{4/0} = -\dot{\theta}_{5/0}$ (condition de roulement sans glissement en A_4).

→ La puissance développée par la liaison 5/6 est nulle (vitesse de glissement nulle).

Q4. Ecrire le théorème de l'énergie cinétique appliqué au système matériel E. En déduire l'expression du couple moteur C_{me} en fonction de $C_r, I, I_5, I_6, N_{54}, \ddot{\theta_4}, r$ et u.

Le Théorème de l'énergie cinétique donne :

$$\begin{array}{rl} & \dfrac{dE_C(E/0)}{dt} = P_{ext\to E/0} + P_{int} \\ \Rightarrow & (I + I_5 + I_6.u^2).\dot{\theta}_4.\ddot{\theta}_4 = C_{me}.\dot{\theta}_4 + C_r.\dot{\theta}_6 - 2.N_{54}.r.\dot{\theta}_4 \\ \Rightarrow & (I + I_5 + I_6.u^2).\dot{\theta}_4.\ddot{\theta}_4 = C_{me}.\dot{\theta}_4 + C_r.u.\dot{\theta}_4 - 2.N_{54}.r.\dot{\theta}_4 \\ \Rightarrow & C_{me} = (I + I_5 + I_6.u^2).\ddot{\theta}_4 + 2.N_{54}.r - C_r.u \end{array}$$